## Schlussbericht

der Forschungsstellen

- 1 Institut für Energie- und Umwelttechnik e.V., Bliersheimer Straße 60 47229 Duisburg
- 2 Universität Duisburg-Essen, Institut für Verbrennung und Gasdynamik Lehrstuhl Nanopartikel-Prozesstechnik, Lotharstraße 1 47048 Duisburg

zu dem über die



im Rahmen des Programms zur Förderung der industriellen Gemeinschaftsforschung und -entwicklung (IGF)

> vom Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages

> > geförderten Vorhaben 15821 N

#### Untersuchung der Partikelabscheidung in Probenahmeleitungen unter besonderer Berücksichtigung von turbulenter Diffusion, Thermophorese und Kondensation

(Bewilligungszeitraum: 01.12.2008 - 31.12.2010)

der AiF-Forschungsvereinigung

Umwelttechnik

Duisburg,

Ort, Datum

Duisburg,

Ort, Datum

Stefan Haep

Name und Unterschrift des Projektleiters an der Forschungsstelle 1

Frank Schmidt

Name und Unterschrift des Projektleiters an der Forschungsstelle 2

Gefördert durch:



Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie

aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages Inhaltsverzeichnis

1		Forschungsthema					
2		Wissenschaftlich-technische und wirtschaftliche Problemstellung					
3		Zusammenfassung					
4		Forschungsziel / Lösungsweg / Ergebnisse					
	4.1 Partikelabscheidung aufgrund von turbulenter Diffusion						
		4.1.	1	Numerische Betrachtungen	. 5		
	4.		2	Experimentelle Betrachtungen	16		
		4.1.	3	Zwischenfazit	23		
	4.	.2	Part	ikelabscheidung aufgrund von turbulenter Diffusion			
			und	Thermophorese	24		
		4.2.	1	Numerische Betrachtungen	24		
		4.2.	2	Experimentelle Betrachtungen	27		
		4.2.	3	Zwischenfazit	29		
4		.3	Part	ikelabscheidung aufgrund von turbulente Diffusion,			
			The	rmophorese und gleichzeitiger Kondensation	30		
		4.3.	1	Numerische Betrachtungen	30		
		4.3.	2	Zwischenfazit	32		
4		.4	Part	ikelabscheidung aufgrund von Wirbelträgheit	33		
		4.4.	1	Experimentelle Betrachtungen	33		
		4.4.	2	Theoretische Betrachtungen	35		
		4.4.	3	Zwischenfazit	44		
	4.	.5	Übe	rtragungsfunktion für turbulente Diffusion und Wirbelträgheit	46		
5		Ges	amtfa	azit	50		
6		Gegenüberstellung von Projektziel und erreichten Ergebnissen					
7		Erzielter wirtschaftlicher und wissenschaftlich-technischer Nutzen					
8		Darstellung der Verwendung der Zuwendung unter besonderer					
		Beri	icksio	chtigung der wichtigsten Positionen des zahlenmäßigen Nachweises.	53		
9		Fortgeschriebener, aktualisierter Plan zum Ergebnistransfer in die Wirtschaft					
10		Liter	ratur.		53		

#### 1 Forschungsthema

## Untersuchung der Partikelabscheidung in Probenahmeleitungen unter besonderer Berücksichtigung von turbulenter Diffusion, Thermophorese und Kondensation

#### 2 Wissenschaftlich-technische und wirtschaftliche Problemstellung

Mit fortschreitender Erkenntnis über das gesundheitsschädliche Potenzial des Feinstaubanteils (Partikel mit einem Durchmesser kleiner als 10 µm) am Gesamtschwebstaub hat dessen Bestimmung bei der Emissions- und Immissionsmessung einen besonderen Stellenwert erhalten. Die Einführung eines Grenzwertes in den USA, der WHO-Richtwert und der auf Vorschlag des EU-Rates eingeführte, ab 2015 verbindliche, Grenzwert für PM2.5-Standards zusätzlich zu bisher gültigen PM10-Standards dokumentiert diese Entwicklung. Zur Beurteilung eines Emittenten werden beispielsweise die Emissionen in den einzelnen Größenklassen an Stelle der bislang üblichen Gesamtmassenkonzentration herangezogen. Die zusätzlich durchgeführten Messungen der Anzahlkonzentration sind die konsequente Folge einer Neubewertung der gesundheitlichen Risiken durch partikelförmige Luftschadstoffe.

Systembedingte Messfehler durch die Übertragungsfunktionen der Probenahmesysteme, die die Partikelverluste als Funktion der Partikelgröße während des Transportes vom Probenahme- zum Messort charakterisieren, werden aber bislang unzureichend erfasst. Die genaue Kenntnis dieser Übertragungsfunktionen ist jedoch unerlässlich, wenn aus Messungen die tatsächlichen Größenverteilungen der Emissionen, beispielsweise zur Erstellung von PM10-/PM2.5-Maßnahmeplänen, abgeleitet werden müssen. Das gilt auch für Emissionsmesswerte, die die Grundlage für Emissionskataster und somit Basis für Ausbreitungsrechnungen zur Bestimmung des PMx-Immissionspotenzials gefasster Quellen bilden.

#### 3 Zusammenfassung

Das Forschungsprojekt verfolgte das Ziel, die durch aerosoldynamische Prozesse (Abscheidung und Wachstum) hervorgerufenen Veränderungen der Partikelgrößenverteilung in turbulent durchströmten Rohrleitungen zu beschreiben.

Beim Transport von Partikeln in Rohrleitungen, wie er beispielsweise bei der Emissionsüberwachung stattfindet, kann es aufgrund verschiedener Mechanismen zur unerwünschten Abscheidung von Partikeln und über die Kondensation von Dämpfen auf den Partikeln auch zur Veränderung der Partikelgrößenverteilung und damit letztlich zu Partikelverlusten kommen. In technischen Prozessen allgemein wie auch bei der hier betrachteten Probenahme ist die Strömung häufig turbulent und nur in Ausnahmefällen laminar. Die Turbulenz verändert das Geschwindigkeits- und Temperaturfeld und wirkt sich maßgeblich auf den Stofftransport aus. Für Partikel kleiner als 0,1 µm ergibt sich aufgrund der turbulenten Diffusion eine erhöhte Abscheidung. Partikel mit einem Durchmesser größer als 1 µm erfahren ggf. eine signifikante Abscheidung aufgrund von Wirbelträgheit.

Zur Sicherung der Qualität der Messergebnisse beziehungsweise zu deren Interpretation gilt es, diese Effekte zu verstehen, zu quantifizieren und gegebenenfalls zu vermindern. Neben der turbulenten Diffusion und der Wirbelträgheit werden im Rahmen dieses Projektes auch die thermophoretischen Effekte betrachtet. Die Auswirkung von Kondensationseffekten auf die Partikelabscheidung ist ebenfalls Gegenstand. Ein Teilziel des Projektes war die Validierung der theoretischen Untersuchungen durch eigene begleitende Messungen. Hierzu wurde ein Versuchsstand konzipiert, der aus zwei isolierten, doppelwandigen Rohren von jeweils 5 m Länge bestand. Zur Temperierung sind diese mit einem Mantelrohr versehen, so dass ein Kühl- oder Wärmeträgermedium hindurchgeleitet werden kann. Die Versuche zur Partikelabscheidung infolge von turbulenter Diffusion und zusätzlich auftretender Thermophorese konnten am selben Prüfstand durchgeführt werden. Das erste Rohr diente zur Aerosolkonditionierung wohingegen das zweite Rohr das zu untersuchende System darstellte. Experimente zur Wirbelträgheit wurden an einem zweiten Versuchsstand durchgeführt, der aus einem 2 m langen senkrecht angeordneten Rohr bestand.

Bei den Untersuchungen der Partikelabscheidung durch turbulente Diffusion konnte bei höheren Reynoldszahlen eine gute Übereinstimmung zwischen den numerischen Berechnungen und den Experimenten erzielt werden.

Hinsichtlich der Abscheidung durch turbulente Diffusion mit zusätzlicher Thermophorese zeigten sich qualitative Unterschiede zwischen den Ergebnissen der Berechnungen und der Experimente. Hier besteht weiterer Forschungsbedarf.

Wenn aufgrund von Kondensation ein Partikelwachstum in der Probenahmeleitung gegeben ist, können auch Partikel mit einem Anfangsdurchmesser im submikronen Bereich leicht in einen Durchmesserbereich verschoben werden, für den Wirbelträgheit als Abscheidemechanismus relevant ist.

Schon Partikel mit einem Durchmesser größer 0,1  $\mu$ m können eine ausreichende Trägheit aufweisen, um durch Wirbelträgheit abgeschieden zu werden. Der Effekt der Wirbelträgheit kann für Partikel mit einem Durchmesser größer 1  $\mu$ m zu einem signifikanten Minderbefund führen. Dieser kann im Extremfall bis zu 100 % betragen.

Die vorgestellte Übertragungsfunktion, die sich auf turbulenzbedingte Verluste bezieht, kann genutzt werden, um auf Basis von Parameterstudien Probenahmesysteme für individuelle Anwendungsfälle auszulegen und Minderbefunde quantitativ abzuschätzen.

Das Ziel des Vorhabens wurde erreicht.

## 4 Forschungsziel / Lösungsweg / Ergebnisse

Das angestrebte Forschungsziel war die Verbesserung des Verständnisses hinsichtlich des Transports und der Abscheidung sub- und supermikroner Partikel in turbulent durchströmten Rohrleitungen unter besonderer Berücksichtigung von turbulenter Diffusion, Wirbelträgheit, Thermophorese und Kondensation und die Entwicklung von Modellen zur Quantifizierung dieser Prozesse.

Hinsichtlich der numerischen Berechnungen sollte hier bewusst auf ein kommerziell verfügbares CFD-Programm zurückgegriffen werden.

Ein Teilziel des Projektes war die Validierung der theoretischen Untersuchungen durch begleitende Messungen.

## 4.1 Partikelabscheidung aufgrund von turbulenter Diffusion

Während bei einer laminaren Strömung der Partikeltransport orthogonal zur Hauptströmungsrichtung ausschließlich durch Diffusion erfolgt, ist bei einer turbulenten Strömung eine Intensivierung des Quertransportes der Partikel gegeben.

## 4.1.1 Numerische Betrachtungen

Für die numerischen Berechnungen wurde das kommerzielle CFD-Programm Fluent mit dem Add-on-Modul "Fine Particle Model" (FPM) verwendet. Mit dem CFD-Programm erfolgt die Berechnung des Strömungs-, Wärme- und Stofftransports in den hier betrachteten Probenahmeleitungen. Das Eulersche Partikelmodell FPM nach Stratmann und Whitby [19] ermöglicht zusätzlich die Berechnung aerosoldynamischer Prozesse.

## Geschwindigkeitsprofile

Da die Geschwindigkeitsverteilung in der Probenahmeleitung einen maßgeblichen Einfluss auf die Deposition der Partikel hat, wurden zunächst die numerisch berechneten Geschwindigkeitsprofile mit experimentellen Daten, theoretischen Ansätzen und/oder anderen numerischen Berechnungen verglichen. Es wurde für eine gegebene Rohrgeometrie bei Variation der Reynoldszahl untersucht, wie gut die in Fluent implementierten Turbulenz- und Wandmodelle die Geschwindigkeitsprofile wiedergeben.

In den nachfolgenden Abbildungen sind die Berechnungsergebnisse für ein Rohr mit einem Durchmesser D = 1,52 cm und einer Rohrlänge L = 10 m für die Reynoldszahlen Re = 10.000, 12.300 und 30.800 dargestellt. Bei den zum Vergleich herangezogenen Modellen nach Prandtl [13] und Karman [7] wird für die Berechnung der axialen Geschwindigkeit *u* folgende Näherungsformel verwendet:

$$\frac{u}{u_{\max}} = \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^m\right)^n$$

mit den Reynoldszahlenabhängigen Exponenten *n* und *m*, der maximalen Geschwindigkeit  $u_{max}$ , der radialen Lauflänge *r* und dem Rohrradius *R*.

Für m = 1 und n = 1/7 erhält man das 1/7-Potenzgesetz nach Prandtl [13]. Karman [7] variiert bei konstantem n = 1/7 den Exponenten m zwischen 1,25 und 2.

Die Abb. 4.1 zeigt die axiale Geschwindigkeit *u* am Rohraustritt bezogen auf die maximale Geschwindigkeit im Rohr  $u_{max}$  aufgetragen über der dimensionslosen radialen Lauflänge 1-*r*/*R* bei einer Reynoldszahl von 10.000. In dieser Darstellungsweise befindet sich bei einem Zahlenwert der Abszisse von 0 die Rohrwand und bei einem Wert von 1 die Symmetrieachse.



Abb. 4.1: Geschwindigkeitsprofile bei Re = 10.000

In Abb. 4.2 sind die gleichen Ergebnisse wie in Abb. 4.1 dargestellt, betrachtet werden hier nur die Werte  $u/u_{max}$  für den wandnahen Bereich mit Abszissenwerten von 0 bis 0,1.



Abb. 4.2: Geschwindigkeitsprofile bei Re = 10.000 (Nahbereich)

In den beiden Abbildungen 4.1 und 4.2 werden der empirische Ansatz nach Karman [7] und numerische Berechnungen nach Schmidt [18] mit den numerischen Berechnungen, die im Rahmen dieses Projektes mit dem kommerziellen Programm Fluent gewonnen wurden, verglichen. Schmidt verwendete für seine Berechnungen ein Standard k-E-Modell und ein erweitertes k-E-Modell. Schmidt validierte sein erweitertes Modell mit entsprechenden Literaturdaten. Bei den Fluent-Berechnungen wurde das Standard k-ε-Modell mit "enhanced wall treatment" und das k-ω-Modell ausgewählt. Die Verwendung des Wandmodells "enhanced wall treatment" bedeutet, dass der wandnahe Bereich diskretisiert und die Strömung numerisch berechnet wird und nicht durch eine Wandfunktion abgebildet wird. Das Gitter wurde im wandnahen Bereich ausreichend fein diskretisiert, um die Grenzschicht angemessen abzubilden. Eine weitere Gitterverfeinerung führt zu keiner Änderung des Berechnungsergebnisses.

Betrachtet man den gesamten Rohrradius (Abb. 4.1), so ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen den eigenen numerischen Berechnungen mit verwendetem k- $\omega$ -Modell und den numerischen Ergebnissen von Schmidt (Standard k- $\epsilon$ -Modell). Jedoch ergibt sich im für die Deposition dominierenden wandnahen Bereich eine bessere Übereinstimmung zwischen den eigenen numerischen Berechnungen mit verwendetem k- $\epsilon$ -Modell mit "enhanced wall treatment" und den Ergebnissen mit erweitertem k- $\epsilon$ -Modell von Schmidt [18] als mit dem k- $\omega$ -Modell.

Ein Vergleich der Ergebnisse für die höhere Reynoldszahl Re =12.000 findet in Abb.

4.3 und Abb. 4.4 statt. Die eigenen numerischen Berechnungen werden zusätzlich zu den bisherigen Gegenüberstellungen mit experimentellen Daten von Laufer [9] verglichen.



Abb. 4.3: Geschwindigkeitsprofile bei Re = 12.300



Abb. 4.4: Geschwindigkeitsprofile bei Re = 12.300 (Nahbereich)

Für den gesamten Rohrradius ergeben sich zwar gewisse Unterschiede zwischen

den Berechnungsergebnissen mit dem Standard k-ε-Modell mit "enhanced wall treatment" und dem validierten Modell nach Schmidt (Abb. 4.3), im wandnahen Bereich (Abb. 4.4) ist die Übereinstimmung mit Schmidt bzw. Laufer [9] allerdings sehr gut.

Für die Reynoldszahl Re = 30.800 wurde in Abb. 4.5 und Abb. 4.6 der Vergleich der Berechnungsergebnisse mit Fluent mit dem Standard k-ε-Modell und "enhanced wall treatment" und den experimentellen Daten von Laufer vorgenommen. Hier stimmen die Werte im gesamten Rohrradiusbereich sehr gut überein.



Abb. 4.5: Geschwindigkeitsprofile bei Re = 30.800



Abb. 4.6: Geschwindigkeitsprofile bei Re = 30.800 (Nahbereich)

#### Geschwindigkeitsprofile im wandnahen Bereich

Eine andere dimensionslose Darstellungsweise der Geschwindigkeiten im wandnahen Bereich ist in Abb. 4.7 veranschaulicht. Die axiale Geschwindigkeit u bezogen auf die Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_{\tau}$  wird über dem natürlichen Logarithmus des dimensionslosen Wandabstandes  $y_{\tau}$  aufgetragen.

Die Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_{\tau}$  berechnet sich aus der Wandschubspannung  $\tau_{w}$  und der Gasdichte  $\rho_{a}$  wie folgt:

$$U_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_g}}$$

Der dimensionslose Wandabstand  $y_{\tau}$  ist definiert als:

$$y_{\tau} = \frac{y \, u_{\tau}}{v}$$

mit dem Wandabstand y und der kinematischen Viskosität v.

Der wandnahe Bereich kann in drei Schichten unterteilt werden: viskose Unterschicht, Übergangsbereich und turbulenter Bereich.

In der viskosen Unterschicht gilt folgender Zusammenhang [8]:

$$\frac{u}{u_{\tau}} = \frac{y \, u_{\tau}}{v}$$

Im turbulenten Bereich lässt sich das Geschwindigkeitsprofil mit einer logarithmischen Funktion (logarithmisches Wandgesetz) beschreiben [8]:

$$\frac{u}{u_{\tau}} = 2,5 \ln\left(\frac{y \, u_{\tau}}{v}\right) + 5,5$$

Abb. 4.7 zeigt eine gute Übereinstimmung der Berechnungsergebnisse mit Fluent und verwendetem Standard k-ε-Modell mit "enhanced wall treatment", mit den theoretischen Ansätzen, den experimentellen Daten von Reichardt [14] und Nikuradse [12] sowie den numerischen Berechnungen von Schmidt [18].



Abb. 4.7: Geschwindigkeitsprofile im wandnahen Bereich

Eine weitere Möglichkeit, die Güte der in Fluent implementierten Turbulenzmodelle zu beurteilen, ist die Validierung anhand der scheinbaren kinematischen Viskosität. In Abb. 4.8 ist die scheinbare kinematische Viskosität  $v^*$  über der dimensionslosen radialen Lauflänge 1-*r*/*R* bei einer Reynoldszahl von 50.000 aufgetragen. Die scheinbare kinematische Viskosität  $v^*$  ist definiert als Verhältnis von Wirbelviskosität  $v_t$  zu Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_r$  und Radius R:

$$v^* = \frac{v_t}{u_\tau R}.$$

Die eigenen numerischen Berechnungen werden verglichen mit den numerischen Berechnungen von Schmidt, dem Mischungswegansatz von Nikuradse [12] und der Gleichung nach Reichardt [14]:

$$v^{\star} = \frac{1}{15} \left[ 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right] \left[ 1 + 2\left(\frac{r}{R}\right)^2 \right].$$

Im wandnahen Bereich liegt eine gute Übereinstimmung vor, die Abweichungen werden mit zunehmenden Abszissenwerten also hin zur Symmetrieachse größer. Die größten Differenzen treten im Bereich der Rohrachse auf. Das Modell nach Nikuradse weißt dort signifikante Abweichungen auf, da es von einem idealisierten symmetrischen Ansatz ausgeht.



Abb. 4.8: Radiale Verteilung der scheinbaren kinematischen Viskosität

Die vorgestellten Berechnungsergebnisse für die Geschwindigkeitsprofile zeigen, dass der depositionsbestimmende wandnahe Bereich durch das Standard k-ε-Modell mit "enhanced wall treatment" im Vergleich zu den anderen implementierten Modelloptionen, die Fluent bietet, am besten abgebildet wird. Hin zur Symmetrieachse ergeben sich im Vergleich zu Reichert und Schmidt höhere Werte der scheinbaren kinematischen Viskosität, dieses geht einher mit dem stärker ausgeprägten Kolbenprofil der Geschwindigkeit bei Fluent (s. Abb. 4.1 und Abb. 4.3).

Für die weiteren Berechnungen zur Partikelabscheidung wurde das Standard k-ε-Modell mit "enhanced wall treatment" trotz der nicht optimalen Abbildung hin zur Symmetrieachse ausgewählt, da es wichtiger ist, den depositionsbestimmenden wandnahen Bereich optimal abzubilden.

#### Partikelpenetration

Die Partikelpenetration wurde mit dem Add-on-Modul "Fine Particle Model" (FPM) berechnet. Das "Fine Particle Model" ist ein Eulersches Partikelmodell, welches partikeldynamische Prozesse speziell für submikrone Partikel beschreibt und auf den Arbeiten von Stratmann und Whitby [19] beruht.

Neben Brownscher Diffusion können auch externe Kräfte, beispielsweise auch ein thermophoretischer Transport berücksichtigt werden. Das Modell bietet zudem die Möglichkeit, Prozesse wie Nukleation, Koagulation oder Kondensation abzubilden.

Die Partikelabscheidung in Probenahmeleitungen wird häufig als Abscheidegrad

oder Deposition *D* bezeichnet. Für die Beurteilung der Abscheidung wird bei Rohren auch der Penetrationsgrad *P* verwendet. Der Penetrationsgrad ist als Verhältnis aus austretendem Partikelfluss zu eintretendem Partikelfluss definiert:

$$P = \frac{j_{p,aus}}{j_{p,ein}}$$

Zwischen Deposition D und Penetration P gilt folgender Zusammenhang:

$$D = 1 - P$$

Um den Einfluss des bei Turbulenz intensivierten Stoffaustausches auf die Penetration zu beurteilen, werden zunächst Berechnungsergebnisse für turbulente und laminare Strömungsformen gegenübergestellt.

In Abb. 4.9 ist die berechnete Penetration für eine gegebene Rohrgeometrie über dem Partikeldurchmesser  $d_p$  für unterschiedliche Reynoldszahlen aufgetragen. Für die Reynoldszahl 2.300 wurde die Strömung einerseits als laminare Rohrströmung andererseits als turbulente Rohrströmung betrachtet. Für die turbulent berechneten Fälle ergeben sich bei Variation der Reynoldszahl gleichartige Kurvenverläufe für die Penetration. Je höher die Reynoldszahl, desto stärker nähern sich die Kurven einander an. Eine Erhöhung der Reynoldszahl bei gleichbleibender Rohrgeometrie geht mit einer Verringerung der Verweilzeit einher. Demzufolge stellt sich die erhöhte Partikeldepositon aufgrund höherer turbulenter Durchmischung bei der kürzeren Verweilzeit nicht mehr dar.

Geht man für die Reynoldszahl von 2.300 von einer laminaren Strömungsform aus, ergeben sich deutlich höhere Penetrationswerte als für den turbulent gerechneten Fall bei gleicher Reynoldszahl, da der radiale Partikeltransport auf reiner Diffusion beruht. Bei gleichen mittleren Verweilzeiten fehlt hier die Intensivierung des Stoffaustausches aufgrund der Turbulenz.

Bei laminaren Strömungsformen wirkt sich eine Veränderung der Verweilzeit (Reynoldszahl von 1.000 im Vergleich zu 2.300 und 3.000) erwartet stark auf die Penetration aus.



Abb. 4.9 Penetration für unterschiedliche Reynoldszahlen

Für die turbulente Rohrströmung mit der Reynoldszahl von 5.000 findet ein Vergleich der numerischen Berechnungsergebnisse mit theoretischen Ansätzen bei Verwendung verschiedener Turbulenzmodelle in Abb. 4.10 statt.

Es werden unterschiedliche Ansätze zur Berechnung von  $v_t$  in der viskosen Unterschicht verwendet. So wählt z. B. Friedlander [2] im Bereich des dimensionslosen

Wandabstands  $y_{\tau} \le 5$  den Ansatz  $\frac{v_{t}}{v} = \left(\frac{y_{\tau}}{14,5}\right)^{3}$ .

Die größte Übereinstimmung für die Penetration ergibt sich zwischen dem Ansatz von Friedlander und den numerischen Berechnungsergebnissen mit dem Standard kε-Modell mit "enhanced wall treatment".



Abb. 4.10 Vergleich der numerisch berechneten Penetration mit verschiedenen Literaturstellen

Die nachfolgende Abb. 4.11 zeigt Berechnungsergebnisse für die Penetration aufgetragen über der Reynoldszahl bei Variation des Partikeldurchmessers unter Verwendung des Standard k-ε-Modells mit "enhanced wall treatment". Den Berechnungen liegt nun die Geometrie des in diesem Projekt experimentell genutzten Rohres zugrunde. Der Partikeldurchmesser wurde in einem Bereich variiert, der auch experimentell umgesetzt werden konnte.

Die Penetration liegt über dem gesamten betrachteten Reynoldszahlenbereich für einen Partikeldurchmesser von 30 nm bei nahezu 100 %, für einen Partikeldurchmesser von 8 nm liegt sie bei ca. 90 %.



Abb. 4.11 Numerische Berechnung bei Variation des Partikeldurchmessers

#### 4.1.2 Experimentelle Betrachtungen

Zur experimentellen Untersuchung der turbulenten Diffusion wird der in Abb. 4.12 veranschaulichte Aufbau genutzt. Dieser Versuchsaufbau ist so konzipiert worden, dass er auch für die Untersuchungen der thermophoretischen Effekte (Abschnitt 4.2) verwendet werden kann.

Er besteht aus zwei in Reihe geschalteten Rohren mit einem Durchmesser von 2,54 cm, die jeweils 5 m lang sind. Zur Temperierung sind diese mit einem Mantelrohr versehen, so dass ein Kühl- oder Wärmeträgermedium im Gegenstrom hindurchgepumpt werden kann. Das erste Rohr dient lediglich der Aerosolkonditionierung, am zweiten Rohr erfolgen die Untersuchungen zur Partikelabscheidung.

Zur Variation der Reynoldszahl wird das bereitgestellte Aerosol mit partikelfreier Mischluft zusammengeführt, die über einen Mass-Flow-Controller reguliert wird. Vor, hinter und zwischen den beiden Rohren befinden sich Probenahmestellen. Die Probenahmesonden sind in Rohrmitte entgegen der Strömungsrichtung angeordnet. Als Partikelmessgerät dient ein Scanning Mobility Particle Sizer (SMPS, Fa. TSI).



Abb. 4.12 Versuchsaufbau

Die Partikel werden mit einem Graphitaerosolgenerator GFG-1000 der Fa. Palas erzeugt. Durch Anlegen einer Hochspannung zwischen zwei Graphitelektroden wird in einem Inertgasstrom (Argon) ein Überschlagfunken erzeugt. Hierdurch verdampft ein Teil des Graphits und kondensiert zu Primärpartikeln, die einen Durchmesser von 3 nm bis 5 nm haben. Die Primärpartikel koagulieren anschließend zu Agglomeraten. Durch Variation der angelegten Hochspannungsfrequenz und Wahl unterschiedlicher Volumenstromverhältnisse von Argon zu Mischluft können die Partikeldurchmesser in einem Bereich von ca. 20 nm bis 150 nm variiert werden.

Beispielhaft sind in Abb. 4.13 die Partikelanzahlgrößenverteilungen für zwei unterschiedliche Frequenzen bei konstantem Volumenstromverhältnis von Argon zu Mischluft dargestellt.



Abb. 4.13 Partikelgrößenverteilung / Variation der Frequenz des Partikelgenerators

Aus den gemessenen Partikelanzahlgrößenverteilungen am Anfang und Ende des Rohres wird die Penetration berechnet. Bei Variation der Reynoldszahl ergeben sich die in Abb. 4.14 dargestellten Kurvenverläufe. Die Penetration über dem Partikeldurchmesser ist für drei unterschiedliche Reynoldszahlen abgebildet. Die dargestellten Mittelwerte und die Standardabweichungen basieren auf jeweils mindestens fünf Wiederholungsmessungen.

Die Standardabweichung ist in der Größenordnung von  $\pm 2,5$  Prozentpunkten Penetration. Für die Reynoldszahl von 5.173 wurden im Durchmesserbereich von 10 nm bis 70 nm Penetrationen zwischen ca. 80 % und ca. 95 % ermittelt. Für die beiden höheren Reynoldszahlen liegen die Penetrationswerte systematisch höher.



Abb. 4.14 Penetration bei Variation Reynoldszahl

#### Vergleich Experimente und Modellierung

In den folgenden drei Abb. 4.15 bis Abb. 4.17 werden die experimentell ermittelten Daten, die schon in der Abb. 4.14 gezeigt wurden, numerischen Berechnungsergebnissen gegenübergestellt. Bei den numerischen Berechnungen wurden dieselben Reynoldszahlen zugrunde gelegt, die bei den eigenen Messungen realisiert wurden. Die theoretisch ermittelten Kurvenverläufe stimmen mit den experimentellen qualitativ gut überein. Während bei Re = 5.173 in der Größenordnung von 10 Prozentpunkten höhere Penetrationswerte prognostiziert werden als gemessen, wird die Übereinstimmung mit höheren Reynoldszahlen auch quantitativ immer besser.



Abb. 4.15 Penetration - Vergleich Messung und numerische Berechnung (Re = 5.173)



Abb. 4.16 Penetration - Vergleich Messung und numerische Berechnung (Re = 10.358)



Abb. 4.17 Penetration - Vergleich Messung und numerische Berechnung (Re = 15.531)

In den Abb. 4.18 bis Abb. 4.20 ist die Penetration als Funktion der Reynoldszahl aufgetragen. Es werden experimentell ermittelte Penetrationswerte mit numerisch berechneten verglichen. Die drei Abbildungen zeigen den Vergleich für drei unterschiedliche Partikeldurchmesser.

Für kleine Reynoldszahlen ist die Diskrepanz zwischen den experimentellen und berechneten Kurvenverläufen für alle betrachteten Durchmesser in der Größenordnung von 20 Prozentpunkten. Hin zu größeren Reynoldszahlen ist die Übereinstimmung besser.



Abb. 4.18 Penetration - Vergleich Messung und numerische Berechnung (d<sub>p</sub> = 10,2 nm)



Abb. 4.19 Penetration - Vergleich Messung und numerische Berechnung (d<sub>p</sub> = 20,2 nm)



Abb. 4.20 Penetration - Vergleich Messung und numerische Berechnung (d<sub>p</sub> = 30,0 nm)

#### 4.1.3 Zwischenfazit

Bei den betrachteten Fallbeispielen mit den entsprechenden Rohrgeometrien ist die Abscheidung aufgrund von turbulenter Diffusion für Partikel mit einem Durchmesser größer als 20 nm allgemein sehr gering. Die Penetration liegt in der Größenordnung von 90 %, d. h. der Minderbefund ist bei ca. 10 % angesiedelt. Die eigenen experimentellen Daten in diesem Partikeldurchmesserbereich werden durch die numerischen Berechnungen adäquat abgebildet. Während im unteren Turbulenzbereich (Re < 5.000) noch Abweichungen vorliegen, wird die Übereinstimmung bei größeren Reynoldszahlen besser.

## 4.2 Partikelabscheidung aufgrund von turbulenter Diffusion und Thermophorese

Zur Vermeidung von Messfehlern ist bei der Partikelprobenahme beispielsweise aus heißen Rauchgasen neben der Isokinetik auch die Isothermie zu gewährleisten. Wenn es im Rahmen einer Probenahme nicht möglich ist das Temperaturniveau des Prozesses zu halten aus dem die Probe gezogen wird, stellt sich in der Probenahmeleitung ein radialer Temperaturgradient ein. Die daraus resultierende thermophoretische Partikeldeposition an den Rohrinnenwänden wird dabei vom Stoffund Energieaustausch in der turbulenten Strömung beeinflusst.

#### 4.2.1 Numerische Betrachtungen

Zur Auslegung des Konditionierungsrohrs des Versuchsstandes (Abb. 4.12) wurden zunächst numerische Berechnungen durchgeführt.

Abb. 4.21 zeigt den berechneten Temperaturverlauf in Rohrmitte über der Rohrlänge bei einer Eintrittstemperatur von 20 ℃ und einer Wandtemperatur von 100 ℃. Bei beiden gewählten Reynoldszahlen ist sichergestellt, dass am Austritt des Konditionierungsrohres kein Temperaturgradient mehr vorliegt.



Abb. 4.21 Axialer Temperaturverlauf im Konditionierungsrohr

Den Vergleich von Berechnungsergebnissen für den Temperaturverlauf in einem Abscheiderohr über der normierten Rohrlänge zeigt Abb. 4.22. Der berechnete

Temperaturverlauf unter Nutzung von Fluent wird dem ebenfalls numerisch berechneten Temperaturverlauf nach Schmidt und dem nach Incropera/DeWitt gegenübergestellt. Der Ansatz nach Incropera/DeWitt ist ein halbempirischer Ansatz.

Für die beispielhaft gewählte Reynoldszahl von 10.000 stimmen die Berechnungsergebnisse gut überein. Für die Berechnung der Partikelabscheidung durch Thermophorese werden also korrekt berechnete Temperaturfelder zugrunde gelegt.



Abb. 4.22 Axialer Temperaturverlauf im Abscheiderohr

In einem nächsten Schritt erfolgt die Validierung der mit Fluent berechneten thermophoretischen Partikelabscheidung im Abgleich mit Literaturdaten.

Abb. 4.23 zeigt berechnete bzw. gemessene Retentionsdaten als Funktion der Eintrittstemperatur. Bis zu einer Temperaturdifferenz von 50 K zwischen Eintrittstemperatur und der über die Rohrlänge konstant gehaltenen Wandtemperatur ist die Übereinstimmung zwischen den experimentellen Daten von Romay und Ergebnissen der unterschiedlichen Berechnungsvarianten zufrieden stellend. Hin zu höheren Temperaturgradienten unterprognostizieren die theoretischen Ansätze die gemessenen Werte. Romay [15] selbst sieht, unter Zitierung weiterer Literaturstellen, die hier nicht berücksichtigte Wirbelträgheit als Ursache für diese Abweichung an.

Die mit Fluent berechneten Retentionen stimmen gut mit den numerischen Ergebnissen von Schmidt und denen des verbesserten theoretischen Ansatzes nach Romay überein.



Abb. 4.23 Vergleich der Retention bei turbulenter Diffusion + Thermophorese

Für die Geometrie des Abscheiderohres, welches im Rahmen dieses Projektes für die Experimente genutzt wird, erfolgt nun ein Vergleich von Berechnungsergebnissen zur Penetration bei turbulenter Diffusion und bei turbulenter Diffusion mit zusätzlicher Thermophorese. Die Ergebnisse werden in Abb. 4.24 gezeigt. Für die turbulente Diffusion wurde eine Reynoldszahl von 7.245 angenommen (diese entspricht einer der experimentell realisierten Reynoldszahlen). Für den Fall mit Thermophorese in Addition wurde derselbe Massenstrom wie für die reine turbulente Diffusion angenommen.

Die zusätzlich wirkende Thermophorese bewirkt im betrachteten Partikeldurchmesserbereich näherungsweise eine Parallelverschiebung der Penetrationscharakteristik für den reinen turbulenten Diffusionsfall nach unten. Die Verschiebung liegt für den beispielhaft betrachteten Fall mit einer Temperaturdifferenz von 100 K zwischen eintretendem Aerosol und Rohrwand in der Größenordnung von 10 Prozentpunkten Penetration.



Abb. 4.24 Numerische Berechnung turbulente Diffusion, turb. Diffusion + Thermophorese

#### 4.2.2 Experimentelle Betrachtungen

Die Experimente zur turbulenten Diffusion mit zusätzlicher Thermophorese wurden an dem in Abschnitt 4.1.2 beschriebenen Versuchsstand durchgeführt.

In Abb. 4.25 bis Abb. 4.27 werden für drei unterschiedliche Reynoldszahlen die Messergebnisse mit und ohne zusätzliche Thermophorese dargestellt. Die Angabe der Reynoldszahl bezieht sich jeweils auf den Fall der rein turbulenten Diffusion.

Auf Basis der numerischen Berechnungen hätte man erwartet, dass die Penetrationskurven mit und ohne Thermophorese einen weitestgehend parallelen horizontalen Verlauf haben. Bei den Messungen zeigt sich, dass die Kurven für den Fall mit Thermophorese eine andere Steigung aufweisen. Der zusätzliche thermophoretische Beitrag scheint sich auf die kleineren Partikeldurchmesser stärker auszuwirken als auf die großen. Dieses scheint zunächst im Widerspruch zu der in der Literatur getroffenen Aussage zu stehen, dass die thermophoretische Depositionsgeschwindigkeit für Partikeldurchmesser, die im Bereich der mittleren freien Weglänge und kleiner liegen, konstant bleibt. Es stellt sich hier die Frage, ob die sowohl bei den eigenen Berechnungen als bei den Modellen in der Literatur getroffene Annahme, dass die Transportprozesse der turbulenten Diffusion und der Thermophorese entkoppelt betrachtet werden können, korrekt ist. Hier besteht noch weiterer Forschungsbedarf.



Abb. 4.25 Vergleich turbulente Diffusion und turb. Diffusion mit Thermophorese (Re = 5.173)



Abb. 4.26 Vergleich turbulente Diffusion und turb. Diffusion mit Thermophorese (Re = 7.245)



Abb. 4.27 Vergleich turbulente Diffusion und turb. Diffusion mit Thermophorese (Re = 12.064)

#### 4.2.3 Zwischenfazit

Anders als die numerischen Berechnungen hätten erwarten lassen, verlaufen die experimentell ermittelten Penetrationskurven mit und ohne zusätzliche Thermophorese weitestgehend nicht parallel zueinander. Mit kleiner werdendem Partikeldurchmesser werden die Verluste aufgrund von Thermophorese stärker.

Je höher die Reynoldszahl ist, desto weniger wirkt sich, wie zu erwarten, der verweilzeitabhängige thermophoretische Abscheidebeitrag aus.

## 4.3 Partikelabscheidung aufgrund von turbulente Diffusion, Thermophorese und gleichzeitiger Kondensation

Enthält das Aerosol kondensierbare Gaskomponenten, kann es durch heterogene Kondensation zum Anwachsen des Partikeldurchmessers kommen. Der Partikeldurchmesser ist damit beim axialen Transport durch das Rohr nun eine veränderliche Größe. Dieses beeinflusst auch den radialen Transport und damit die Abscheidung.

#### 4.3.1 Numerische Betrachtungen

Unter Nutzung von Fluent werden Parameterstudien mit Wasserdampf als kondensierbarer Gaskomponente durchgeführt. In Abb. 4.28 wird der Partikeldurchmesser als Funktion der axialen Distanz im Rohr dargestellt. Am Rohreintritt wird zunächst eine geringe Übersättigung angenommen (S = 1,02), das Rohr wird hierbei nicht gekühlt. Bei einem angenommenen Startdurchmesser von 1  $\mu$ m wird die Partikelanzahlkonzentration am Eintritt variiert. Man erkennt, dass der Partikeldurchmesser schon nach wenigen Zentimetern um einige Mikrometer größer geworden ist. Bei der höchsten gewählten Eintrittskonzentration der Partikel, ergibt sich bei der zugrundeliegenden Lauflänge ein asymptotisches Kurvenverhalten hin auf einen Endpartikeldurchmesser. Bei den geringeren Eintrittskonzentrationen ist die Übersättigung bei dieser Lauflänge noch nicht abgebaut, ein asymptotisches Verhalten stellt sich hier erst später ein.



Abb. 4.28 Variation Partikelanzahlkonzentration bei Kondensation von Wasserdampf

Für die höchste der Eintrittskonzentrationen der Partikel wird nun der Startdurchmesser variiert (Abb. 4.29). Man erkennt, dass der Enddurchmesser unabhängig vom Startdurchmesser ist, wie beispielsweise auch Brosig [1] zeigt.



Abb. 4.29 Variation Partikeldurchmesser bei Kondensation von Wasserdampf

In folgender Abb. 4.30 wird der Berechnung die Rohrgeometrie des im Projekt verwendeten Rohres zugrunde gelegt. Am Eintritt wird Sättigung mit Wasserdampf (S = 1) angenommen. Das Rohr ist gekühlt, die Temperaturdifferenz zum einströmenden Aerosol beträgt 65 K. Der Startdurchmesser wird hier deutlich kleiner als bei den bisherigen Betrachtungen zu 20 nm gewählt. Innerhalb einer kurzen axialen Wegstrecke ist der Partikeldurchmesser vom Nanometer- bis in den Mikrometer-Größenbereich angewachsen.



Abb. 4.30 Variation Partikelanzahlkonzentration bei Kondensation von Wasserdampf Übersättigung durch Abkühlung

#### 4.3.2 Zwischenfazit

Bei Vorhandensein kondensierbarer Gasbestandteile kann es bei entsprechender Übersättigung der Gasphase zum Anwachsen der Durchmesser der Aerosolpartikel kommen. Je nach Prozessbedingungen können die Partikel schon nach relativ kurzer Verweilzeit (bzw. axialer Distanz im Probenahmerohr) nach Abbau der Übersättigung einen Enddurchmesser im Bereich einiger Mikrometer erreichen. Dieser ist von der Partikelanzahlkonzentration abhängig, aber unabhängig vom Startdurchmesser.

Die Änderungen des Partikeldurchmessers beim axialen Transport durchs Rohr beeinflussen auch den radialen Transport und damit die Abscheidung.

#### 4.4 Partikelabscheidung aufgrund von Wirbelträgheit

Partikel, die aufgrund ihrer Größe und ihrer Dichte eine entsprechende Trägheit aufweisen, sind in einer turbulenten Strömung gegebenenfalls nicht in der Lage, den Turbulenzschwankungen der Fluidströmung zu folgen. Partikel in Wandnähe können aufgrund dieses Effektes abgeschieden werden.

Friedlander und Johnstone [3] entwickelten einen ersten Ansatz zur Beschreibung der Depositionsgeschwindigkeit von Partikeln aufgrund von Wirbelträgheit. Ein Modell von Liu und Agarwal [11] setzt die dimensionslose Depositionsgeschwindigkeit der Partikel empirisch in Bezug zu ihrer dimensionslosen Relaxationszeit.

Sager [16] zeigte, dass dieser in der Literatur häufig zitierte Ansatz von Liu und Agarwal zu einer Unterquantifizierung der Depositionsgeschwindigkeit und damit der Partikelverluste führt.

Im Rahmen dieses Projektes wird das Modell im Abgleich mit neuen eigenen Messungen einer kritischen Beurteilung unterzogen.

#### 4.4.1 Experimentelle Betrachtungen

Zur Bestimmung der Partikelverluste durch Wirbelträgheit gibt es verschiedene Möglichkeiten. So haben z. B. Liu und Agarwal mit fluoreszenten, monodispersen Öltröpfchen, die mit einem Schwingblendenaerosolgenerator bereitgestellt wurden, gearbeitet. Der Partikeldurchmesser wurde auf Basis der Betriebsparameter des Aerosolgenerators berechnet. Sowohl die Menge der in einem Glasrohr abgeschiedenen Partikel als auch die, der auf einem nachgeschalteten Absolutfilter, wurden über Fluoreszensanalyse bestimmt.

Im Rahmen dieses Projektes wurde ein polydisperses Aerosol verwendet. Die Partikelgrößenverteilung und die Anzahlkonzentration wurden. ein- und ausgangsseitig am Strömungsrohr bestimmt.

Die Messungen zur Wirbelträgheit werden am experimentellen Aufbau, der in Abb. 4.31 dargestellt ist, durchgeführt. Der Aufbau besteht aus einem 2 m langen senkrecht angeordneten Edelstahlrohr mit einem Innendurchmesser von 12 mm. Die Oberfläche des Rohres kann als ideal glatt angesehen werden.



Abb. 4.31 Experimenteller Aufbau / Wirbelträgheit

Als Aerosol wird Di-Ethyl-Hexyl-Sebacat (DEHS) mit einer Dichte von 0,912 g/cm<sup>3</sup> verwendet. Die Bereitstellung erfolgt mit einem Zerstäuber (AGF 2.0, Fa. Palas). Zur Variation des Volumenstroms bzw. der Reynoldszahl im Rohr wird der Volumenstrom vom Zerstäuber mit einer entsprechenden Menge partikelfreier Mischluft zusammengeführt. Die Mischluft wird über Massenflussregler bereitgestellt. Als Aerosolspektrometer dient ein optischer Partikelzähler (WELAS 2300, Fa. Palas). Es wird eine Kalibrierkurve für DEHS verwendet, damit entspricht der optische Äquivalentdurchmesser dem geometrischen Durchmesser der Partikel.

Die Entnahme des Aerosols aus dem Strömungsrohr erfolgt mittels zweier Glassonden, die durch T-Stücke zu Beginn und am Ende des 2 m-Rohres bis in Rohrmitte eingeführt sind.

Abb. 4.32 zeigt die ermittelte Penetration als Funktion des Partikeldurchmessers für unterschiedliche Reynoldszahlen. Der dargestellte Partikeldurchmesserbereich wurde auf den statistisch verwertbaren Bereich zugeschnitten, der sich aus der Größenverteilung des genutzten DEHS-Aerosols ergibt. Die dargestellten Mittelwerte beruhen jeweils auf mindestens fünf Wiederholungsmessungen. Die Standardabweichungen bewegen sich in der Größenordnung von ±10 Prozentpunkten Penetration. Mit zunehmender Reynoldszahl wird die Penetration geringer. Die durch Wirbelträgheit verursachten Verluste im Strömungsrohr sind größer. Der ausgeprägtere Partikeltransport durch Wirbelträgheit bei den höheren Strömungs-

geschwindigkeiten stellt sich trotz der kürzeren Verweilzeiten dar.

Mit höheren Reynoldszahlen weisen offensichtlich auch Partikel mit einem Durchmesser von unter 1  $\mu$ m noch eine ausreichend hohe Trägheit auf, um durch den Effekt der Wirbelträgheit abgeschieden zu werden.



Abb. 4.32 Messergebnisse bei Variation der Reynoldszahl

#### 4.4.2 Theoretische Betrachtungen

Die theoretischen Betrachtungen erfolgen unter Nutzung des Modells von Liu und Agarwal [11]. Gl. (4.4.1) setzt die dimensionslose Depositionsgeschwindigkeit der Partikel v<sub>d+</sub>empirisch in Bezug zur dimensionslosen Relaxationszeit  $\tau_{p_+}$ .

$$v_{d+} = 6 \cdot 10^{-4} \tau_{p+}^2 \tag{4.4.1}$$

Die dimensionslose Relaxationszeit  $\tau_{p+}$  berechnet sich zu:

$$\tau_{\rm p+} = \frac{\tau_{\rm p} \, {\rm u}_{\tau}^2}{v} \tag{4.4.2}$$

mit der Relaxationszeit  $\tau_{p}$ 

$$\tau_{\rm p} = \frac{\rho_{\rm p} \, \mathrm{d}_{\rm p}^2 \, \mathrm{C_c}}{18\eta} \tag{4.4.3}$$

und der Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_{\tau}$ 

$$u_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_{w}}{\rho}}$$
(4.4.4)

Die Wandschubspannung  $\tau_w$  darin ergibt sich zu:

$$\tau_{\rm w} = f_{\rm R} \frac{1}{2} \rho \,{\rm u}^2 \tag{4.4.5}$$

mit dem hier gewählten Rohrreibungskoeffizienten [21]:

$$f_{\rm R} = \frac{1}{\left(1,82\log({\rm Re}) - 1,64\right)^2}$$
(4.4.6)

Liu und Agarwal verwenden einen Rohrreibungskoeffizienten nach Blasius gemäß Schlichting [17].

Aus der dimensionslosen Depositionsgeschwindigkeit v<sub>d+</sub> ergibt sich die Depositionsgeschwindigkeit v<sub>d</sub> zu:

$$\mathbf{v}_{d} = \mathbf{v}_{d+} \, \mathbf{u}_{\tau} \tag{4.4.7}$$

Die Penetration lässt sich schließlich gemäß Gl. (4.4.8) aus der Depositionsgeschwindigkeit  $v_d$  berechnen.

$$\mathsf{P} = \exp\left(\frac{-2\pi\,\mathsf{R}\,\mathsf{L}\,\mathsf{v}_{\mathsf{d}}}{\dot{\mathsf{V}}}\right) \tag{4.4.8}$$

Die in den Gl. (4.4.1) bis Gl. (4.4.8) genannten Größen sind:

Formelzeichen	Bezeichnung	Einheit
ρ	Dichte der Luft	[kg/m³]
η	dynamische Viskosität	[kg / (m s)]
V	kinematische Viskosität	[m²/s]
dp	Partikeldurchmesser	[m]
$ ho_{ m p}$	Dichte des Partikelmaterials	[kg/m³]
C <sub>c</sub>	Cunningham-Korrektur	[-]
R	Rohrradius	[m]
L	Rohrlänge	[m]
Ý	Volumenstrom	[m³/s]
U	Geschwindigkeit	[m/s]

In Abb. 4.33 sind Messdaten unterschiedlicher Verfasser aus der Literatur [3], [5], [10], [11], [15], [16], [20] zusammengestellt. Die dimensionslose Depositionsgeschwindigkeit  $v_{d+}$  wird als Funktion der dimensionslosen Relaxationszeit  $\tau_{p+}$  gezeigt. Die Messdaten nach Liu sind farblich hervorgehoben. Die empirische Anpassung nach Liu und Agarwal stellt sich im doppelt logarithmischen Auftrag als Gerade dar. Die Messdaten der anderen Verfasser werden durch das empirische Modell nicht adäquat beschrieben. Das Modell führt im Vergleich zu diesen Daten zu einer Unterquantifizierung der Abscheidung durch Wirbelträgheit.



Abb. 4.33 Depositionsgeschw. V \_\_d+ als Funktion der dimensionslosen Relaxationszeit  $au_{\rm p+}$ 

Die in obiger Abbildung 4.33 gezeigten Daten sind in Abb. 4.34 um die im Rahmen dieses Projektes gewonnen eigenen Messdaten ergänzt. Hierzu wurden die schon in Abb. 4.32 gezeigten Daten in die entsprechende dimensionslose Darstellungsform überführt. Sie korrespondieren weniger mit den Daten von Liu, besser mit den Daten der sonstigen Verfasser, unterliegen aber einer geringeren Streuung als diese.



Abb. 4.34 Vergleich eigene Messwerte und Literaturwerte / dimensionslose Darstellung

Abb. 4.35 zeigt den Vergleich der eigenen Messdaten mit dem Modell nach Liu und Agarwal in der Darstellungsform Penetration als Funktion des Partikeldurchmessers. Auch hier zeigt sich, dass das Modell die Verluste unterquantifiziert. Dies ist umso deutlicher zu erkennen, je höher die Reynoldszahl ist.



Abb. 4.35 Vergleich eigene Messwerte mit Modellansatz

Liu und Agarwal haben bei ihrer empirischen Anpassung bei einer angenommenen quadratischen Abhängigkeit von  $v_{d+}$  zu  $\tau_{n+}$  einen Faktor von  $6 \cdot 10^{-4}$  ermittelt.

Unter Beibehalt der angenommenen quadratischen Abhängigkeit wurde der "Faktor" zur Abbildung der eigenen Messdaten bestimmt. Abb. 4.36 zeigt den so ermittelten empirischen "Faktor". Man erkennt, dass dieser eine Funktion des Partikeldurchmessers und der Reynoldszahl ist.



Abb. 4.36 Empirischer "Faktor" als Funktion des Partikeldurchmessers

Der so ermittelte empirische "Faktor" kann auch als Funktion der dimensionslosen Relaxationszeit dargestellt werden (Abb. 4.37). Die Daten werden durch eine Potenz-funktion b  $\cdot \tau_{p+}^{c}$  approximiert. Es ergibt sich dabei für den Faktor b ein Wert von 0,0036 und für den Exponenten c ein Wert von – 4/5. Der Regressionskoeffizient beträgt dabei ca. 0,9. Der ermittelte empirische "Faktor" wird in den angenommenen quadratischen Ansatz von Liu und Agarwal eingesetzt. Es ergäbe sich demzufolge eine funktionale Abhängigkeit von v<sub>d+</sub> zu  $\tau_{p+}$  hoch 6/5. Die von Liu und Agarwal angenommenen quadratische Abhängigkeit der dimensionslosen Größen voneinander bedeutet für die dimensionsbehaftete Depositionsgeschwindigkeit eine quadratische Abhängigkeit von der Partikel. Dieses ist physikalisch unplausibel. Eine funktionale Abhängigkeit von der Partikelmasse hoch 6/5 ist natürlich genauso unplausibel. Daher wird im Weiteren von einer linearen Abhängigkeit ausgegangen.



Abb. 4.37 Empirischer "Faktor" als Funktion der dimensionslosen Relaxationszeit

Die lineare Abhängigkeit zwischen der dimensionslosen Depositionsgeschwindigkeit und der dimensionslosen Relaxationszeit ist in der nachfolgenden Abb. 4.38 zu erkennen. Die Steigung der Geraden ergibt sich zu 0,0052, der Regressionskoeffizient beträgt dabei ca. 0,9.



Abb. 4.38 Abbildung der Messwerte mit linearem Ansatz

Die folgenden Abb. 4.39 bis Abb. 4.42 zeigen für die vier unterschiedlichen Reynoldszahlen, die bei den eigenen Versuchen realisiert wurden, den Vergleich mit dem ursprünglichen empirischen Ansatz von Liu und Agarwal und mit dem neu ermittelten linearen Ansatz. Dargestellt ist jeweils die Penetration als Funktion des Partikeldurchmessers. Die gemessenen Penetrationscharakteristiken werden mit dem linearen Ansatz grundsätzlich besser abgebildet, als mit dem quadratischen von Liu und Agarwal. Mit dem Fitfaktor 0,0052 (Abb. 4.38) ergibt sich für die Reynoldszahl von 25.068 eine sehr gute Übereinstimmung. Für die geringeren Reynoldszahlen wird die Übereinstimmung etwas schlechter.



Abb. 4.39 Vergleich: experimentelle Daten / Modell nach Liu / Modell angepasst (Re = 10.385)



Abb. 4.40 Vergleich: experimentelle Daten / Modell nach Liu / Modell angepasst (Re = 12.064)



Abb. 4.41 Vergleich: experimentelle Daten / Modell nach Liu / Modell angepasst (Re = 15.531)



Abb. 4.42 Vergleich: experimentelle Daten / Modell nach Liu / Modell angepasst (Re = 25.068)

Trägt man den linearen Ansatz in die Abb. 4.34 ein, ergibt sich Abb. 4.43. Man erkennt, dass nicht nur die eigenen Messdaten, sondern auch die der anderen Verfasser mit Ausnahme von Liu und Agarwal in ihrer grundsätzlichen Charakteristik besser abgebildet werden.



Abb. 4.43 Neuer Modellansatz

Bisher wurde sowohl experimentell als auch theoretisch ein ideal glattes Rohr betrachtet. Abschließend soll zur Wirbelträgheit auf theoretischer Ebene untersucht werden, wie sich eine Änderung der Rohrrauhigkeit auswirkt.

Abb. 4.44 zeigt die Penetration als Funktion des Partikeldurchmessers für eine Reynoldszahl von 15.531. Das Ergebnis für ein verkrustetes Graugussrohr wird dem für das ideal glatte Rohr gegenübergestellt. Der Reibungskoeffizient für das Graugussrohr wird über den Ansatz von Karman-Nikuradse berechnet:

$$f_{\rm R} = \frac{1}{\left(2\log(D/k) + 1, 14\right)^2}$$
(4.4.9)

mit dem Rohrdurchmesser D und der Wandrauhigkeit k. Ein typischer Wert für k ist 1,5 mm.

Im Vergleich zum glatten Rohr ergeben sich für raue Rohre geringere Werte der Penetration, die Verluste durch Wirbelträgheit sind also ausgeprägter. Im hier gezeigten Beispiel beträgt die Penetration für einen Partikeldurchmesser von 1  $\mu$ m für das glatte Rohr ca. 70 % und für das Graugussrohr unter 10 %.



Abb. 4.44 Penetration bei unterschiedlichen Rohrrauhigkeiten

#### 4.4.3 Zwischenfazit

Durch neue, eigene Messungen zur Wirbelträgheit wurde die in der Literatur vorhandene Datenbasis erheblich erweitert. Die eigenen Messdaten wie auch andere Messdaten aus der Literatur werden mit dem gebräuchlichen Ansatz von Liu und Agarwal nicht hinreichend gut beschrieben. Die ermittelten Verluste werden durch diesen Ansatz unterquantifiziert. Im Rahmen des Projektes wurde ein verbesserter eigener empirischer Ansatz entwickelt. Liu und Agarwal gehen von einer quadratischen funktionalen Abhängigkeit der dimensionslosen Depositionsgeschwindigkeit von der dimensionslosen Relaxationszeit aus. Es konnte gezeigt werden, dass die Abhängigkeit mit einer linearen Funktion beschrieben werden kann. Damit ist die Grundlage gelegt, künftig Verluste durch Wirbelträgheit sehr viel besser prognostizieren zu können.

#### 4.5 Übertragungsfunktion für turbulente Diffusion und Wirbelträgheit

In diesem Abschnitt wird das Modell für die Wirbelträgheit mit linearem Ansatz mit einem Modell für die turbulente Diffusion zusammengeführt. Zur Beschreibung der turbulenten Diffusion existieren in der Literatur verschieden Ansätze. Hier wurde ein Modell nach Friedlander ausgewählt.

Basierend auf einer vereinfachten eindimensionalen Betrachtung gibt Friedlander [2] folgende Formel für die Depositionsgeschwindigkeit an:

$$v_{d} = 0.042 \cdot \frac{D_{p}}{d} \cdot \text{Re} \cdot \sqrt{f} \cdot \text{Sc}^{\frac{1}{3}}$$
(4.5.1)

Sie ist abhängig vom Partikeldiffusionskoeffizienten D<sub>p</sub>, dem Rohrdurchmesser d, der Reynoldszahl Re, dem Reibungskoeffizienten f und der Schmidtzahl Sc.

Der Partikeldiffusionskoeffizienten D<sub>p</sub> berechnet sich zu:

$$\mathsf{D}_{\mathsf{p}} = \frac{\mathsf{k}_{\mathsf{B}} \cdot \mathsf{T}}{\mathsf{f}} \tag{4.5.2}$$

mit der Boltzmann-Konstante k<sub>B</sub>, der Temperatur T und dem Reibungskoeffizient f:

$$f = \frac{3\pi\eta d_{\rm P}}{C_{\rm S}} \tag{4.5.3}$$

Darin enthalten sind die dynamische Viskosität  $\eta$ , der Partikeldurchmesser d<sub>p</sub> und die Cunningham-Slipkorrektur C<sub>S</sub>.

$$C_{s} = 1 + \frac{\lambda}{d_{P}} \cdot \left[ 2,514 + 0,8 \cdot \exp\left(-\frac{0,55 \cdot d_{P}}{\lambda}\right) \right]$$
(4.5.4)

Die Schmidtzahl ist definiert als Verhältnis aus kinematischer Viskosität v und Partikeldiffusionskoeffizient D<sub>p</sub>:

$$Sc = \frac{v}{D_{p}}$$
(4.5.5)

Zunächst wird die Penetration durch turbulente Diffusion nach dem Ansatz von Friedlander den mit Fluent berechneten Daten gegenübergestellt (Abb. 4.45). Die Penetrationscharakteristiken entsprechen einander, wobei sich allerdings gewisse quantitative Unterschiede ergeben. Die Abstände der Kurven bei Variation der Reynoldszahl werden bei beiden Berechnungen identisch abgebildet.



Abb. 4.45 Penetration / turb. Diffusion Friedlander im Vergleich zu Fluent

Eine Superposition durch Addition der Depositionsgeschwindigkeiten für die turbulente Diffusion und die Wirbelträgheit führt mit Gl. (4.4.8) für die Penetration zur Übertragungsfunktion für eine turbulente Rohrströmung.

Eine Parameterstudie für eine konstante Reynoldszahl von 10.000 bei Variation der Rohrlänge (gleichbedeutend mit Variation der Verweilzeit) zeigt Abb. 4.46. Der Rohrdurchmesser ist der des experimentellen Aufbaus aus Abschnitt 4.1.2.

Die Penetrationswerte sowohl im diffusions- als auch im trägheitsdominierten Bereich werden mit zunehmender Rohrlänge plausiblerweise systematisch geringer. Das Penetrationsmaximum in einem Partikeldurchmesserbereich von ca. 30 nm bis 400 nm stellt sich in dem betrachteten Fallbeispiel als Plateau dar.



Abb. 4.46 Übertragungsfunktion / turb. Diffusion und Wirbelträgheit superponiert (Variation der Rohrlänge)

In einer folgenden Parameterbetrachtung wird bei einem konstant angenommenem Volumenstrom und einer festen Rohrlänge von 2 m der Rohrdurchmesser variiert. Abb. 4.47 zeigt diese Betrachtung für einen Volumenstrom von 50 l/min, Abb. 4.48 bei 250 l/min.

Obwohl die Verringerung des Rohrdurchmessers mit daraus resultierenden höheren Reynoldszahlen eine Verringerung der Verweilzeit bedeutet, werden die Penetrationswerte sowohl im Diffusions- als auch im Trägheitsbereich geringer. Dieses gilt für beide betrachteten Volumenströme. Während die Erhöhung des Volumenstroms für den diffusionsdominierten Bereich erwartungsgemäß zu keiner relevanten Änderung führt, resultiert aus den höheren Strömungsgeschwindigkeiten und dem damit einhergehenden höheren Turbulenzgrad für den trägheitsdominierten Bereich eine relevante Änderung. So weißt z. B. bei einem Rohrdurchmesser von 10 mm ein Partikel mit einem Durchmesser von 1 µm bei dem Volumenstrom von 50 l/min eine Penetration von ca. 80 % auf, während bei dem fünffachen Volumenstrom nur noch eine Penetration von unter 5 % vorliegt.



Abb. 4.47 Übertragungsfunktion / turb. Diffusion und Wirbelträgheit superponiert (Variation des Rohrdurchmessers bei konstantem Volumenstrom von 50 l/min)



Abb. 4.48 Übertragungsfunktion / turb. Diffusion und Wirbelträgheit superponiert (Variation des Rohrdurchmessers bei konstantem Volumenstrom von 250 l/min)

Die in diesem Abschnitt vorgestellte Übertragungsfunktion bezieht sich auf Verluste in geraden, senkrecht angeordneten Probenahmeleitungen bei einer turbulenten Strömung. Weitere Effekte, die Partikelverluste verursachen, können in die Übertragungsfunktion eingebunden werden. Hierzu zählen Verluste aufgrund von externen Kräften, wie sie bei Thermophorese oder gegebenenfalls Elektrophorese vorliegen. Ebenso können Verluste aufgrund von Gravitation bei nicht senkrechter Anordnung und Verluste in Rohrbögen eingebunden werden. Entsprechende Modellansätze finden sich z. B. bei Sager [16] und Schmidt [18].

#### 5 Gesamtfazit

Der Effekt der Abscheidung durch turbulente Diffusion in einer Probenahmeleitung gewinnt erst für Partikeldurchmesser kleiner 10 nm an Relevanz. Dieser Partikelgrößenbereich ist weder für Emissions- noch für Immissionsmessungen von Bedeutung. Selbst wenn eine Quelle zunächst Primärpartikel in diesem Durchmesserbereich emittiert, liegen an der Probenahmestelle in der Regel Agglomerate mit einem entsprechend größeren Durchmesser vor.

Will man bei einer Rohrströmung für Partikeldurchmesser unter 10 nm möglichst geringe Verluste haben, sollte Turbulenz insgesamt vermieden werden. Da im Falle der Turbulenz durch die Intensivierung des Stoffaustausches die Verluste deutlich größer sind. Eine laminare Strömung und geringe Verweilzeiten sind zu bevorzugen. Die Probenahme sollte also bei möglichst hohen "laminaren" Reynoldszahlen realisiert werden.

Hinsichtlich der Abscheidung durch turbulente Diffusion mit zusätzlicher Thermophorese zeigen sich qualitative Unterschiede zwischen den Ergebnissen der Berechnungen und der Experimente. Anders als die numerischen Berechnungen hätten erwarten lassen, sind die experimentell ermittelten Penetrationskurven mit und ohne zusätzliche Thermophorese nicht weitestgehend parallel zueinander. Mit kleiner werdendem Partikeldurchmesser werden die Verluste aufgrund von Thermophorese stärker. Je höher die Reynoldszahl ist, desto weniger wirkt sich, wie zu erwarten, der verweilzeitabhängige thermophoretische Abscheidebeitrag aus.

Die Diskrepanz zwischen den Ergebnissen der numerischen Berechnung und den experimentellen Ergebnissen belegt, dass hier weiterer Forschungsbedarf besteht.

Bei Vorhandensein kondensierbarer Gasbestandteile können Aerosolpartikel schon nach relativ kurzer Verweilzeit (bzw. axialer Distanz im Probenahmerohr) einen Enddurchmesser im Bereich einiger Mikrometer erreichen. Die Änderungen des Partikeldurchmessers beim axialen Transport durchs Rohr beeinflussen auch den radialen Transport und damit die Abscheidung. So können Partikel mit einem Startdurchmesser im submikronen Bereich leicht in einen Durchmesserbereich verschoben werden, für den Wirbelträgheit als Abscheidemechanismus relevant ist.

Der alleinige Effekt der Wirbelträgheit (senkrecht angeordnetes, gerades Rohr / keine Sedimentation) kann für Partikel mit einem Durchmesser größer 1  $\mu$ m zu einem signifikanten Minderbefund führen. Dieser kann im Extremfall bis zu 100 % betragen.

Aber auch Partikel mit einem Durchmesser kleiner 1 µm können noch eine ausreichende Trägheit aufweisen, um durch Wirbelträgheit abgeschieden zu werden.

Die in Abschnitt 4.5 vorgestellte Übertragungsfunktion bezieht sich auf Verluste in geraden, senkrecht angeordneten Probenahmeleitungen bei einer turbulenten Strömung. Sie kann genutzt werden, um auf Basis von Parameterstudien Probenahmesysteme für individuelle Anwendungsfälle auszulegen und Minderbefunde quantitativ abzuschätzen.

### 6 Gegenüberstellung von Projektziel und erreichten Ergebnissen

Hauptziel des Forschungsprojektes war die Erlangung eines besseren Verständnisses hinsichtlich des Transports und der Abscheidung sub- und supermikroner Partikel in turbulent durchströmten Rohrleitungen unter besonderer Berücksichtigung von turbulenter Diffusion, Wirbelträgheit, Thermophorese und Kondensation und die Entwicklung von Modellen zur Quantifizierung dieser Prozesse. Betrachtet wurden im Einzelnen:

- Partikelabscheidung aufgrund von turbulenter Diffusion,
- Partikelabscheidung durch turbulente Diffusion und Thermophorese,
- Partikelabscheidung durch turbulente Diffusion, Thermophorese bei gleichzeitiger Kondensation,
- Partikelabscheidung aufgrund von Wirbelträgheit.

Zur Erreichung des Projektzieles war es vorgesehen, einen geeigneten experimentellen Aufbau zu konzipieren und zu realisieren. Die experimentellen Daten sollten mit Ergebnissen von Modellrechnungen verglichen werden, um diese hinsichtlich der Güte ihrer Abbildung qualitativ und quantitativ zu hinterfragen.

Bei der Konzeption des experimentellen Aufbaus stellte es sich heraus, dass es notwendig war, für die turbulente Diffusion und die Wirbelträgheit zwei separate Versuchsstände zu nutzen. Damit ergab sich gegenüber dem Arbeitsplan des Antrages ein apparativer und zeitlicher Mehraufwand.

Versuche zur Thermophorese erfolgten an dem Aufbau zur Untersuchung der turbulenten Diffusion. Experimente zur Kondensation konnten nicht umgesetzt werden, weil es diesbezüglich nicht gelungen ist, mit den zur Verfügung stehenden Mitteln eine Prozessführung zu etablieren, die für stabile Versuchsdurchführungen notwendig gewesen wäre. Dieser Effekt konnte daher nur theoretisch untersucht werden.

Für die numerischen Berechnungen wurde das kommerzielle CFD-Programm Fluent verwendet. Zunächst erfolgte eine Validierung anhand von experimentellen und theoretischen Literaturdaten. Für die theoretischen Betrachtungen zur Wirbelträgheit wurde auf das häufig in der Literatur zitierte halbempirische Modell von Liu und Agarwal zurückgegriffen. Auf Basis von eigenen experimentellen Daten wurde dieses Modell modifiziert. Die realen Partikelverluste werden mit dem eigenen Modell nun nicht mehr unterbewertet

Es wurde eine Übertragungsfunktion entwickelt, die das eigene modifizierte Modell für die Wirbelträgheit mit einem Modell für die turbulente Diffusion nach Friedlander zusammenführte. Mit ihr können turbulenzbedingte Verluste prognostiziert werden.

Das Ziel des Forschungsprojektes wurde erreicht.

#### 7 Erzielter wirtschaftlicher und wissenschaftlich-technischer Nutzen

Die Ergebnisse des Vorhabens sind sowohl für Hersteller von Messgeräten und Probenahmesystemen, als auch für Emissions- Messstellen sowie für gewerbliche Unternehmen auf Emittentenseite von Interesse.

Der im Projekt erzielte Erkenntnisgewinn und die vorgestellte Übertragungsfunktion helfen dabei, Partikelverluste in Probenahmesystemen bei turbulenter Strömung auf Basis von Parameterstudien besser beurteilen zu können. Minderbefunde können quantifiziert werden. Strömungssituationen bei denen Partikel mit Durchmessern größer 1  $\mu$ m, gegebenenfalls einem 100 %-igen Minderbefund unterliegen, können verhindert werden.

Klein- und mittelständische Unternehmen, die im Bereich der Emissionsmessung tätig sind, können selber aufgrund fehlender personeller Kapazitäten typischerweise keine theoretischen Untersuchungen zu aerosoldynamischen Prozessen anstellen. Durch die Nutzung der Projektergebnisse werden sie wirtschaftlich in die Lage versetzt, Industrieunternehmen entsprechende Messgeräte bzw. Probenahmesysteme mit genauerer Erfassung der Partikelemissionen anzubieten.

Industriebetriebe werden in die Lage versetzt, frühzeitig auf anstehende behördliche Vorschriften zu reagieren und sowohl wirtschaftlich wie technisch effektive Emissionsminderungsmaßnahmen abzuleiten.

### 8 Darstellung der Verwendung der Zuwendung unter besonderer Berücksichtigung der wichtigsten Positionen des zahlenmäßigen Nachweises

Die durchgeführten Arbeiten und der Personaleinsatz waren zur Erreichung des Projektzieles notwendig. Der wissenschaftliche Mitarbeiter (FS 1) war insbesondere mit der Planung der Versuchstände und der Durchführung der Messungen einschließlich der Datenauswertung beschäftigt. Der technische Mitarbeiter (FS 1) war mit unterstützenden Arbeiten bei der Versuchsstandplanung und dem Aufbau sowie der Vor- und Nachbereitung der Messungen beschäftigt. Für die Durchführung der Berechnungen an der FS 2 war ein wissenschaftlicher Mitarbeiter beschäftigt. Der Einsatz des Personals war bei der inhaltlichen Komplexität und dem zeitlichen Aufwand notwendig und angemessen.

Angesetzt waren gemäß Bewilligung des Einzelfinanzierungsplanes Jahreslizenzgebühren für das Strömungssimulationsprogramm Fluent. Diese wurden nicht in Anspruch genommen, da auf vorhandene Lizenzen zurückgegriffen werden konnte.

# 9 Fortgeschriebener, aktualisierter Plan zum Ergebnistransfer in die Wirtschaft

Die Forschungsergebnisse wurden den Vertretern unterschiedlicher Industriezweige im Rahmen der Projektbegleitenden Ausschüsse vorgestellt. Die Vortragspräsentationen sind auf den Internet-Seiten der FS 1 öffentlich abrufbar.

Die Projektarbeiten wurden darüber hinaus in Publikationen des IUTA (Tätigkeitsberichte 2008, 2009 und 2010) einer breiten industriellen Öffentlichkeit vorgestellt. Der Bericht ist vollständig auf den Internet-Seiten IUTA e. V Bereich Industrielle Gemeinschaftsforschung verfügbar

Es ist vorgesehen die Ergebnisse zur Partikelabscheidung durch Wirbelträgheit in einer Fachzeitschrift kurzfristig zu publizieren.

### 10 Literatur

- [1] Brosig, G. (2009): Untersuchung von HCI-Nebeln in technischen Gasreinigungsanlagen, Fortschr.-Ber. 3 Verfahrenstechnik, Nr.903, VDI-Verlag, Düsseldorf
- [2] Friedlander, S. K. (1977): Smoke, Dust, and Haze; John Wiley & Sons, New York
- [3] Friedlander, S. K.; Johnestone, H. F. (1957): Deposition of suspended particles from turbulent gas streams, Industrial and Engineering Chemistry, Vol. 49, Nr. 7, pp. 1151-1156
- [4] Gnielinski, K. (1975): Neue Gleichungen für den Wärme- und den Stoffüber-

gang in turbulent durchströmten Rohren und Kanälen, Forsch. Ing.-Wes. Nr. 41

- [5] Ilori, T. A. (1971): Turbulent Deposition of Aerosol Particles inside Pipes; Ph.D. Thesis, University of Minnesota, 1971
- [6] Incropera, F. P., DeWitt, D. P. (1996): Introduction to Heat Transfer, 3rd Edition, Wiley, New York
- [7] Karman von, T. (1921): Über laminare und turbulente Reibung, Z.A.M.M. Nr. 1
- [8] Karman von, T. (1930), Mechanische Ähnlichkeit und Turbulenz, Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Fachgruppe 1 (Mathematik) 5: 58–76
- [9] Laufer, J. (1953): The Structure of Turbulence in Fully Developed Pipe Flow, National Advisory Commitee for Aeronautics Report 1174
- [10] Lee, K. W.; Gieseke, J. A. (1993): Deposition of Particles in Turbulent Pipe Flows; Journal of Aerosol Science, Vol. 24, Nr. 5, pp. 699 – 709
- [11] Liu, B. Y. H.; Agarwal, J. K. (1974): Experimental Observation of Aerosol Deposition in Turbulent Flow; Journal of Aerosol Science, Vol. 5, pp. 145 – 155
- [12] Nikuradse, J. (1926): Untersuchungen über die Geschwindigkeitsverteilungen in turbulenten Strömungen, Heft 281, VDI- Verlag GmbH, Berlin
- [13] Prandtl, L.; Oswatitsch, K.; Wieghardt, K. (1989): Führer durch die Strömungslehre, Vieweg- Verlag, 9. Auflage
- [14] Reichardt, H. (1961): The Principle of Turbulent Heat Transfer, Recent Advances in Heat and Mass Transfer 223-253, McGraw-Hill, New York
- [15] Romay, F. J.; Takagaki, S. S.; Pui, Y. H.; Liu Y. H. (1998): Thermophoretic Deposition of Aerosol Particles in a Turbulent Pipe Flow, J. Aeros. Sci., Vol.29, Nr. 8, pp. 943-959
- [16] Sager, C, (2007): Der Partikeltransport in turbulent durchströmten Rohrleitungen und seine besondere Bedeutung für die Partikelmesstechnik, Dissertation, Universität Duisburg-Essen
- [17] Schlichting, H., Gersten, K. (1997): Grenzschichttheorie, 9. Auflage, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York
- [18] Schmidt, F. (2001): Transport und Abscheidung submikroner Partikel, Habilitationsschrift Gerhard-Mercator-Universität Duisburg
- [19] Stratmann, F.; Whitby, E. R. (1989): Numerical Solution of Aerosol Dynamics for Simultaneous Convection, Diffusion and External Forces. J. Aerosol Sci. Vol. 20, Nr. 4, pp. 437-440
- [20] Ström, L. (1972): Transmission Efficiency of Aerosol Sampling Lines; Atmospheric Environment, Vol. 6, pp. 133 – 142
- [21] VDI-Wärmeatlas, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York